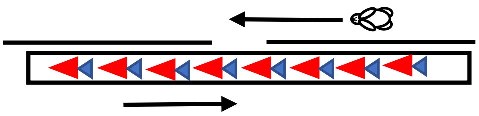
Второй этап (заочный) Всесибирской олимпиады по физике
(25 декабря 2020 г. - 20 января 2021 г.)
Задачи 9 класса

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,51 округляется до 329; 2,003 – до 2,00; 5,0081 – до 5,01; 0,60135 – до 0,601, 0,0012345 – до 0,00123 и т.д. Желательно указать наименование единиц, в которых измерена соответствующая физическая величина. Если в условии задачи нет специальных указаний, ответ приводится в единицах системы СИ. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.



1. В длинном заборе отсутствует одна секция длины L = 5 м. По одну сторону забора со скоростью v = 0,2 м/с слева направо движется лента транспортера, равномерно наполненная морковкой. По другую сторону со скоростью u = 1 м/с справа налево движется заяц. Какую массу морковки заяц успеет схватить на ходу, если на 1 м ленты помещается m_0 = 1 кг морковки. Заяц берет всю морковку, которая оказывается непосредственно против него. Считать, что масса отдельного корнеплода пренебрежимо мала по отношению к массе морковки, взятой зайцем.

Возможное решение

Заяц пробегает мимо отсутствующей секции забора за время $t = L/u$. За это время вблизи него пройдет участок ленты длины $S = L + vt$, и он соберет с ленты количество морковки $m = m_0(L + vt)/L_0$, где L_0 =1 м.

Ответ: 6 кг или 6.

2. Автомобиль за время $t_1 = 15$ с разогнался до скорости v = 100 км/ч, а затем за время $t_2 = 10$ с затормозил. Направление движения автомобиля не менялось. От начала движения до скорости u = 50 км/ч его разгон происходил на обледенелом участке дороги с некоторым постоянным ускорением, а в дальнейшем автомобиль двигался по сухой дороге, разгоняясь и тормозя с одинаковым по величине, но большим, чем на обледенелом участке дороги, ускорением. Определите ускорение автомобиля на обледенелом участке дороги. Ответ привести с точностью до трех значащих цифр.

Возможное решение

Допустим, что ускорение на обледенелом участке a_1, а на сухом - a_2, а время разгона на обледенелом участке τ.

При разгоне –

$$u = a_1\tau \qquad (1) \qquad \text{и} \qquad v - u = a_2(t_1 - \tau). \qquad (2)$$

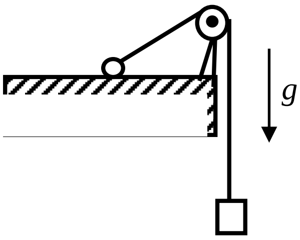
При торможении:

$$v = a_2 t_2, \qquad (3)$$

Из уравнений (1) и (3) находим $\tau = \dfrac{(t_1 - t_2)v + t_2 u}{v} = 10$ с, а ускорение $a_1 = u/\tau \approx 1{,}39$ м/с^2.

Ответ: 1,39 м/с^2 или 1,39.

3. Шарик и грузик соединены переброшенной через блок невесомой нитью. Шарик скользит по горизонтальной поверхности, а грузик падает вниз. В момент времени, когда участок нити между шариком и блоком находился под углом 60° к горизонтали, шарик отрывается от поверхности. Определите его ускорение в этот момент. Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Трения нет. Ответ приведите с точностью до двух значащих цифр.

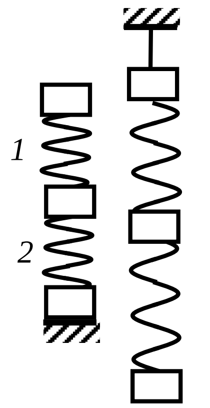


Возможное решение

Предположим, что в момент отрыва сила натяжения нити *T*, масса шарика *m*, угол с горизонталью участка нити между шариком и блоком *α*, а сила реакции опоры *N*. При скольжении шарика II закон Ньютона по вертикали $T\sin(\alpha)+N-mg=0$, по горизонтали $T\cos(\alpha)=ma$. По мере увеличения угла сила *N* будет уменьшаться, пока не достигнет в момент отрыва нулевого значения. В этот момент ускорение шарика по вертикали будет по-прежнему нулевым, а сила натяжения нити $T=mg/\sin(60^\circ)$. Ускорение шарика найдем из условия $mg\cdot\cos(60^\circ)/\sin(60^\circ)=ma$, откуда $a=g/\sqrt{3}\approx 5{,}8$ м/с^2.

Ответ: 5,8 м/с^2 или 5,8.

4. Две пружины (1 и 2) и три одинаковых груза соединены вместе, как это показано на рисунке. Если данную конструкцию поставить на нижний груз, обе пружины в равновесии сжимаются относительно их длины в недеформированном состоянии в два раза. Во сколько раз длина растянутых пружин больше их длины в недеформированном состоянии, если эту конструкцию подвесить за верхний груз?



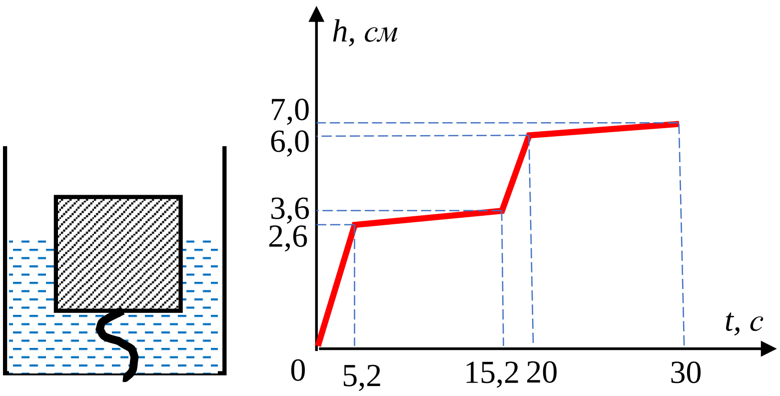
Возможное решение

В первом случае сила упругости пружины 1 - mg, пружины 2 - $2mg$, где *m* – масса груза. Жесткость первой пружины k_1 определяется их соотношения $\frac{k_1L_1}{2}=mg$, а второй k_2 - из $\frac{k_2L_2}{2}=2mg$, где L_1, L_2 - начальные длины пружин. Во втором случае первая пружина растягивается силой $2mg$ на $\Delta L_1=2mg/k_1=L_1$, а вторая пружина силой mg будет растянута на
$\Delta L_2=mg/k_2=L_2/4$. Относительно недеформированного состояния длина пружин увеличится соответственно в 2 и 1,25 раза.

Ответ: 2; 1,25

5. Цилиндрический поплавок прикреплен к дну цилиндрического сосуда невесомой нитью. В сосуд с малой постоянной скоростью начинают наливать воду. На графике показана зависимость уровня воды от времени. Определите по графику и таблице плотностей, из какого материала сделан поплавок. В ответе укажите название материала из таблицы

материал	полиэтилен	ель	сосна	береза	вода	лиственница
плотность	960 кг/м^3	450 кг/м^3	520 кг/м^3	650 кг/м^3	1000 кг/м^3	660 кг/м^3

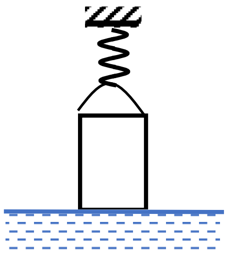


Возможное решение

В первые 5,2 с поплавок лежит на дне и заполняется промежуток между ним и стенками сосуда. Уровень воды поднимается со скоростью 0,5 см/с. В промежутке 5,2 – 15,2 с скорость подъема уменьшается до 0,1 см/с, что соответствует ситуации, когда поплавок плавает, и добавленный объем воды покрывает всю площадь дна сосуда. В следующем промежутке скорость снова возрастает до 0,5 см/с – поплавок останавливается нитью. На последнем временном интервале повторяется скорость подъема 0,1 см/с – поплавок полностью утоплен. Разница высот $h_1 = 2,6$ см равна глубине погружения поплавка, когда он плавает, а разница $h_2 = 6 - 3,6 = 2,4$ см – высоте непогруженной части объема. Из закона Архимеда $h_1 S / (h_1 + h_2) S = \rho / \rho_0 = 0,52$, где S – площадь поперечного сечения поплавка, ρ, ρ_0 - его плотность и плотность воды. Этой плотностью обладает сосна.

Ответ: сосна.

6. Тонкостенное цилиндрическое ведро с радиусом R = 15 см и высотой h = 40 см подвешено на пружине жесткости k = 250 Н/м так, что его дно касается поверхности водоема. На какую глубину погрузится ведро, если его заполнить доверху водой? Плотность воды ρ =1000 кг/м^3, ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Ответ выразите в метрах с точностью до 2 значащих цифр.



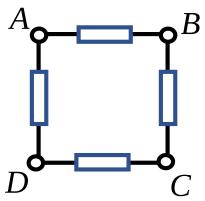
Возможное решение

В начальном положении сила натяжения пружины kx_0 компенсирует силу тяжести *mg*, действующую на пустое ведро. Если ведро, заполненное водой, погрузится на глубину x, пружина дополнительно растянется на x. Теперь на ведро действует сила натяжения пружины $k(x_0 + x)$, сила тяжести $(m + \rho\pi R^2 h)g$ и выталкивающая сила на погруженную часть $\rho\pi R^2 xg$. Условие равновесия $(m + \rho\pi R^2 h)g = k(x_0 + x) + \rho\pi R^2 xg$.

Его решение дает ответ $x = \dfrac{h}{1 + k / \rho\pi R^2 g}$.

Ответ: 0,30 м или 0,3.

7. Из коробки, в которой были перемешаны одинаковые по внешнему виду резисторы двух разных сопротивлений, студент спаял изображенную на рисунке схему. Омметр, подключенный к точкам *A* и *B*, а также к *C* и *D*, показывал одинаковое сопротивление 5 Ом. При его подключении к точкам *B* и *C*, а также к точкам *A* и *D*, он показывал 8 Ом. Определите сопротивления резисторов в коробке.



Возможное решение

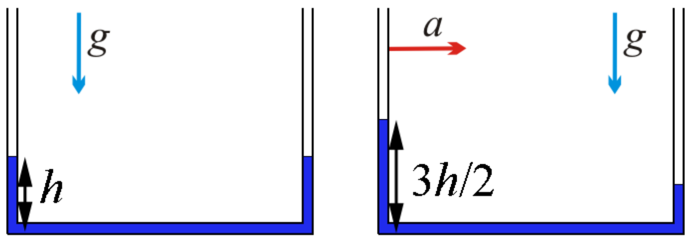
Разные результаты измерений показывают, что не все резисторы одинаковые. Допустим, что резистор между точками *A* и *B*, R_{AB} имеет сопротивление $R_{AB} = R$, а все остальные – *r*. В таком случае результат измерения сопротивления между точками *A* и *B* будет $\bar{R}_{AB} = \frac{3Rr}{R+3r}$, а между *C* и *D* - $\bar{R}_{CD} = \frac{(R+2r)r}{R+3r}$. Из равенства $\bar{R}_{AB} = \bar{R}_{CD}$ получаем $R = r$, что противоречит нашему предположению. Остается предположить, что два резистора имеют сопротивление *R*, а два других – *r*. Отличие результата измерения $\bar{R}_{AB} \neq \bar{R}_{BC}$ оставляет единственную возможность: $R_{AB} = R; R_{BC} = r; R_{CD} = R; R_{AD} = r$.

$\bar{R}_{AB} = \frac{R(R+2r)}{2R+2r} = 5$ Ом, $\bar{R}_{BC} = \frac{r(2R+r)}{2R+2r} = 8$ Ом, откуда $\bar{R}_{BC} - \bar{R}_{AB} = \frac{r^2 - R^2}{2(R+r)} = \frac{r-R}{2} = 3$ Ом.

Поставив значение $r = R + 6$ Ом в формулу для $\bar{R}_{BC}$, получим численное уравнение $R^2 - \frac{8}{3}R - 20 = 0$ с положительным решением *R* = 6 Ом.

Ответ: 6 Ом; 12 Ом или 12 Ом; 6 Ом или 6; 12 или 12; 6.

8. Тонкая изогнутая трубка имеет горизонтальное и два вертикальных колена. В трубку налита жидкость, в состоянии покоя уровень в каждом вертикальном колене равен *h*. Если трубку двигать вправо горизонтально с ускорением *a* = 4 м/с^2, уровень воды в левом колене установится 3*h*/2. При каком ускорении уровень в левом колене будет 2*h*? 3*h*? Поверхностным натяжением пренебречь. Ускорение свободного падения *g* = 10 м/с^2.



Возможное решение

Обозначим сечение трубки *S*, длину горизонтальной части *l*, плотность жидкости *ρ*. В первом случае перепад давлений равен *ρgh*, сила, действующая на жидкость в горизонтальной части, будет *F* = *ρghS*. По второму закону Ньютона *ma* = *ρglSa* = *F*, откуда *gh* = *al*.

Во втором случае длина столба жидкости в горизонтальной части трубки по-прежнему *l*, а перепад давлений 2*ρgh*. Тогда $2\rho ghS = \rho a_2 lhS$, и необходимое ускорение

$a_2 = 2a = 8$ м/с^2.

В третьем случае длина столба жидкости в горизонтальной части трубки уже равна $l - h = l(1 - a/g)$, перепад давлений 3*ρgh*. Необходимое для этого ускорение

$a_3 = 3h/(l-h) = 3ga/(g-a) = 20$ м/с^2.

Ответ: **8 м/с^2; 20 м/с^2 или 8; 20.**

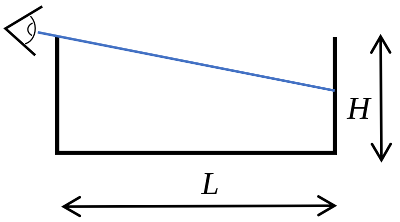
9. В доверху наполненный стакан горячей воды с температурой $T_0 = 80^\circ$ С через опущенную до дна трубку подали порцию холодной воды с температурой $T_x = 0^\circ$ С, в результате в стакане установилась равновесная температура $T_1 = 78^\circ$ С. Какая установится температура в стакане, если в него через эту трубку последовательно вылить 20 таких же порций холодной воды с температурой $T_x = 0^\circ$ С, дожидаясь всякий раз установления температуры в стакане? Теплообменом с внешней средой пренебречь. Ответ привести с точностью до двух значащих цифр.

Возможное решение

Если мы заранее удалим горячей воды в количестве одной порции наливаемой воды, конечная температура не изменится. Пусть теплоемкость стакана без этой порции c_0, а теплоемкость порции воды c. Тепловой баланс: $c_0(T_н - T_к) = c(T_к - T_x)$, откуда $(T_к - T_x) = \dfrac{c_0}{c + c_0}(T_н - T_x)$, где $T_к, T_н$ конечная и начальная температура в стакане. Отношение $\dfrac{T_к - T_x}{T_н - T_x} = \dfrac{c_0}{c + c_0} = k$, является одинаковой величиной k для всех опытов добавления холодной воды, то есть значение температуры, выраженное в градусах Цельсия, всякий раз будет уменьшаться в k раз. Из первого опыта находим $k = \dfrac{T_1 - T_x}{T_0 - T_x} = \dfrac{39}{40}$

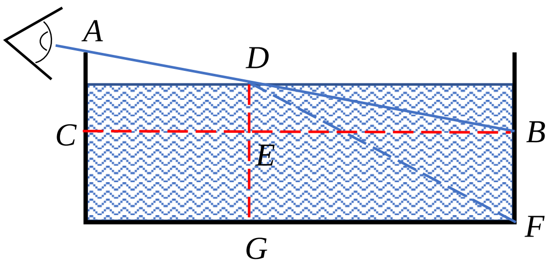
Добавив 20 порций холодной воды, получим: $(T_{20} - T_x) = k^{20}(T_0 - T_x)$, или $T_{20} = k^{20}T_0$, откуда $T_{20} \approx 48^\circ$ С.

Ответ: **48 ºС или 48.**



10. Стоящий на некотором удалении от бассейна наблюдатель видит только половину его противоположного бортика, когда бассейн пуст. На какую часть объема нужно наполнить бассейн, чтобы стоящий в прежней позиции наблюдатель через воду увидел его дно. Длина бассейна $L = 10$ м, глубина $H = 2$ м, показатель преломления воды n = 1,33.

Возможное решение



При отсутствии воды в бассейне самая нижняя точка бортика B, которую видит наблюдатель, находится на расстоянии $BF = H/2$ от его дна. После его наполнения луч, исходящий из дальней точки дна F, преломляется в точке D. Построим горизонтальный отрезок CB и вертикальный DG. Угол преломления $\measuredangle GDB = \measuredangle CAB$,

$\sin\left(\measuredangle CAB\right)=\dfrac{L}{\sqrt{L^2+(H/2)^2}}$. Угол падения $\measuredangle GDF$, из закона Снеллиуса $\sin\left(\measuredangle GDF\right)=\dfrac{\sin\left(\measuredangle CAB\right)}{n}=\dfrac{2L}{n\sqrt{4L^2+H^2}}$. Поскольку нам удобнее пользоваться тангенсами углов, найдем их: $tg\left(\measuredangle CAB\right)=\dfrac{2L}{H};tg\left(\measuredangle GDF\right)=\dfrac{2L}{\sqrt{n^2(4L^2+H^2)-4L^2}}\approx 1{,}1275$.

Примем, что DG = x, в таком случае $GF=EB=\left(x-\dfrac{H}{2}\right)tg\left(\measuredangle GDB\right)=\dfrac{L(2x-H)}{H}$ и

$GF=x\cdot tg\left(\measuredangle GDF\right)$, откуда получаем уравнение $x\cdot tg\left(\measuredangle GDF\right)=\dfrac{L(2x-H)}{H}$ с решением $x\approx 1{,}1271$, отвечающим искомому отношению $\dfrac{x}{H}\approx 0{,}56$.

Ответ: **0,56.**

№ задачи	**Ответ**
1	6 кг или 6
2	1,39 м/с или 1,39
3	5,8 м/с^2 или 5,8
4	2; 1,25
5	сосна
6	0,30 м или 0,3
7	6 Ом; 12 Ом или 12 Ом; 6 Ом или 6; 12 или 12; 6
8	8 м/с^2; 20 м/с^2 или 8; 20
9	48 ºС или 48
10	0,56